

机密★启用前

广东省 2018 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

本试卷共 2 页，20 小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 考生必须在答题卡上作答，否则答案无效。
2. 答卷前，考生务必按答题卡要求填写考生信息栏、粘贴条形码。
3. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应试题答案的信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。
4. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔在答题卡各题目指定区域内作答；如需改动，先划掉需改动部分，再重新书写；不得使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
5. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(3x \sin \frac{1}{x} + \frac{\sin x}{x} \right) =$
A. 0
B. 1
C. 3
D. 4
2. 设函数 $f(x)$ 具有二阶导数，且 $f'(0) = -1$, $f'(1) = 0$, $f''(1) = -1$, $f''(1) = 3$, 则下列结论正确的是
A. 点 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点
B. 点 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点
C. 点 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点
D. 点 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点
3. 已知 $\int f(x) dx = x^2 + C$, 其中 C 为任意常数, 则 $\int f(x^2) dx =$
A. $x^5 + C$
B. $x^4 + C$
C. $\frac{1}{2}x^4 + C$
D. $\frac{2}{3}x^3 + C$
4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{3^n} =$
A. 2
B. 1
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{1}{2}$
5. 已知 $D = \{(x, y) \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$, 则 $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} d\sigma =$
A. 2π
B. 10π
C. $2\pi \ln \frac{3}{2}$
D. $4\pi \ln \frac{3}{2}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 已知 $\begin{cases} x = \log_3 t, \\ y = 3'. \end{cases}$ 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. $\int_{-2}^2 (|x| + \sin x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. $\int_0^{+\infty} e^{1-2x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 二元函数 $z = x^{y+1} = ydx$, 当 $x = e, y = 0$ 时的全微分 $dz \Big|_{\substack{x=e \\ y=0}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 微分方程 $x^2 dy = ydx$ 满足初始条件 $y \Big|_{x=1} = 1$ 的特解为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 确定常数 a, b 的值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^2+1}, & x < 0, \\ b, & x = 0, \\ \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x, & x > 0. \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续.
12. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right)$.
13. 求由方程 $(1+y^2) \arctan y = xe^x$ 所确定的隐函数的导数 $\frac{dy}{dx}$.
14. 已知 $\ln(1+x^2)$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int xf'(x) dx$.
15. 求由曲线 $y = 1 + \frac{\sqrt{x}}{1+x}$ 和直线 $y = 0, x = 0$ 及 $x = 1$ 所围成的平面图形的面积 A .
16. 已知二元函数 $z = \frac{xy}{1+y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.
17. 求 $\iint_D \sqrt{1 - \frac{x}{y}} d\sigma$, 其中 D 是由直线 $y = x$ 和 $y = 1, y = 2$ 及 $x = 0$ 所围成的闭区域.
18. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{|\sin n| + 2}$ 的收敛性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f''(x) - 4f(x) = 0$, 且曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线与直线 $y = 2x + 1$ 平行.
- (1) 求 $f(x)$;
- (2) 求曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间与拐点.
20. 已知函数 $f(x) = \int_0^x \cos t^2 dt$.
- (1) 求 $f'(0)$;
- (2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;
- (3) 证明: 当 $x > 0$ 时, $f(x) > x - \frac{(1+\lambda)x^3}{3\lambda}$, 其中常数 $\lambda > 0$.